Mathematics in Early Years Education

MEYE CURRÍCULUM

Ana Ancheta Arrabal
(Universitat de València)
2021

Cofinanciado por el programa Erasmus+ de la Unión Europea

DISEÑO CURRICULAR DE MEYE[1]

Ana Ancheta Arrabal
(Universitat de València)[2]
2021.

Introducción:

El punto de partida del proyecto radica en la comparación de documentos internacionales (UNESCO, OCDE, UE) sobre la idoneidad de los sistemas de Educación y Atención de la Primera Infancia (EAPI, en adelante) para implementar nuevas reformas curriculares (Ancheta-Arrabal y Segura, en prensa). La propuesta está dirigida a: servicios educativos PARA TODOS LOS NIÑOS Y NIÑAS A PARTIR DE 1 AÑO DE EDAD (una vez finalizado el permiso de maternidad/paternidad); SIEMPRE con UNA PAREJA PEDAGÓGICA de profesionales preparados para la educación y la atención de niños y niñas pequeños y que uno de ellos, al menos, esté FORMADO ESPECÍFICAMENTE EN EDUCACIÓN y ATENCIÓN DE LA PRIMERA INFANCIA (nivel educativo superior); desde un CURRÍCULO UNIFICADO y CENTRALIZADO bajo la competencia del ministerio/autoridad educativa; trabajando en COMUNIDADES DE APRENDIZAJE que incluyan a las familias en el proyecto educativo de sus hijos/as; con MATERIALES ADAPTADOS A LAS EDADES de los menores tanto en su naturaleza como en su intencionalidad.

[1] MATHEMATICS IN EARLY YEARS EDUCATION (MEYE) 2019-1-ES01-KA203-065986.
El proyecto “MEYE” está cofinanciado por el programa Erasmus + de la Unión Europea. El contenido de esta publicación es responsabilidad exclusiva de Ana Ancheta Arrabal (Universidad de Valencia) y ni la Comisión Europea, ni el Servicio Español para la Internacionalización de la Educación (SEPIE) son responsables del uso que pueda hacerse de la información aquí difundida.
[2] Un agradecimiento especial a Carlos Segura y Małgorzata Żytko por su ayuda en la supervisión de este producto.

DISEÑO CURRICULAR DE MEYE.

El siguiente documento está estructurado en torno a tres bloques de contenido:

1. Fundamentación de las bases pedagógicas y psicológicas que sustentan la propuesta para el desarrollo del pensamiento matemático en la primera infancia.

Desde un enfoque holístico e integral del derecho a la educación y atención de la primera infancia, así como atendiendo los procesos educativos en relación con los procesos de socialización desde la comprensión de los servicios educativos de la primera infancia escenarios de aprendizaje, pero también como espacios de y para la vida. Por ello, en el diseño de la propuesta para cada etapa de este periodo vital, se atiende tanto al desarrollo cognitivo como al desarrollo social para entender que ambos son inseparables e indisolubles en el desarrollo infantil.

2. Diseño curricular del MEYE.
Propuesta delimitada por etapas.

Para cada una de las etapas se parte de la universalidad de este lenguaje a la especificidad de cada trayectoria vital y educativa. Esto significa que, aunque las propuestas tienen un carácter universal, es necesario adaptar los procesos de enseñanza-aprendizaje a la edad, personalidad y contexto de cada alumno/a (Canals, 2018).

● Bebés que saben contar (0 a 18 meses).

▲ Pequeños exploradores (18 meses a 3 años).

■ Especialistas en juego (3 años hasta entrar en la etapa de primaria 7 años).

3. Ideas centrales de la Educación Matemática en los Primeros Años (MEYE).

1 Fundamentación de las bases pedagógicas y psicológicas que sustentan la propuesta para el desarrollo del pensamiento matemático en la primera infancia.

El énfasis cada vez mayor en la alfabetización y la educación matemática de los/as niños/as pequeños/as, con frecuencia se produce a expensas de mantener, por no hablar de desarrollar un conocimiento de contenido pedagógico más amplio para desarrollar el currículo (Morton, McMenamin, Moore y Molloy, 2012). El lenguaje matemático tiene que ser descubierto por uno mismo para ser entendido, porque es como el aprendizaje de cualquier otro arte como la música, es necesario atender a esta complejidad. La formalización de las nociones a trabajar en la primera infancia (como las de los números naturales o la geometría topológica) forma parte de la historia reciente de la ciencia matemática. La complejidad de las nociones matemáticas puede convertirse en una grave dificultad de aprendizaje si el profesor o la profesora no desarrolla una didáctica que tenga en cuenta este hecho. De ahí que haya que enseñar el lenguaje matemático, cuyo aprendizaje depende de la edad, la personalidad y el contexto de cada alumno/a (Canals, 2018). De ahí que la puesta en práctica de estas orientaciones requiera una cuidadosa consideración de su encaje en cada contexto nacional y la aplicación a cada entorno.

El análisis de los diferentes enfoques e interpretaciones de la naturaleza de las matemáticas permite formular una conclusión relativa a la captación del proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Se pueden distinguir dos enfoques:

- Nivel de comprensión instrumental (algorítmica): asume que la enseñanza de las matemáticas se basa en la transferencia hábil de fórmulas específicas, esquemas de acción listos para usar en situaciones/tareas practicadas y típicas.

- Nivel de comprensión relacional: asume que las actividades que llevan a descubrir relaciones, relaciones, estructuras matemáticas y a veces a su creación son importantes en el aprendizaje de las matemáticas, aprendiendo y comprendiendo por qué los procedimientos utilizados funcionan de esta manera (Polya, 1981, Freudenthal, 1986). Freudethal cree que las matemáticas son una actividad social, una actitud, una forma de dominar este mundo cognitiva, práctica y emocionalmente.

En el concepto psicológico de constructivismo sociocultural, J. Bruner (1973, 1983) destaca la comprensión del proceso de aprendizaje como cooperación, colaboración en la relación niño/a-niño/a y niño/a-adulto/a. Al realizar tareas juntos, no se trata sólo de encontrarse, sino sobre todo de intercambiar significados. De este modo, la comprensión se construye conjuntamente. El aprendizaje es una actividad social porque asegura la negociación de significados y la construcción de conocimientos y habilidades en un contexto específico. El andamiaje en el aprendizaje de las matemáticas en el enfoque constructivista de Bruner significa crear para los niños/as una actividad en tres ámbitos:

- **Activo** ➡ representación del conocimiento a través de la acción.

- **Icónico** ➡ representación visual.

- **Simbólico** ➡ utilizar las palabras, los números, la notación musical... para describir las experiencias.

El establecimiento de una zona de desarrollo próximo, según el concepto de Vygotsky (1978), en la que el proceso de aprendizaje puede ser apoyado, es una tarea clave para el profesorado que promueve la actividad de los niños/as. Además de apoyar el proceso de aprendizaje, el educador participa en la cocreación de significados con el niño/a, basándose en la conciencia y la comprensión. Vygotsky destaca la importancia crucial de la interacción social en el desarrollo cognitivo del niño/a y en su proceso de aprendizaje. Pone gran énfasis en el diálogo y la interacción entre el alumno/a y los demás y subraya que toda función de desarrollo, en el pensamiento y el lenguaje, aparece primero en una relación social (interpsicológica) y luego individualmente (intrapsicológica).

Boaler (2016), didacta de las matemáticas en la Universidad de Stanford, trabaja con la psicóloga C. Dweck y populariza un enfoque de la educación matemática que expone la construcción de la motivación positiva. Destaca que las matemáticas en su interpretación son una ciencia de las relaciones, pero también son una forma de comunicación. Considera que las razones básicas de los fracasos en el aprendizaje de las matemáticas y el proceso de desmotivación del alumnado, que avanza rápidamente, provienen del hecho de que la educación tradicional carece de compromiso con el pensamiento, la palabra y la conexión de los temas analizados con la realidad.

Hasta el momento, no parece estar suficientemente aclarado si el lenguaje podría ser una razón que influya en las diferencias de rendimiento matemático de los menores en la etapa educativa para la primera infancia desde una perspectiva transnacional (Gasteiger, Brunner y Chen, 2021: 115). Sin embargo, se asume que la participación de los niños/as en las prácticas culturales cotidianas apoyó su comunicación matemática (Worthington, Dobber y van Oers, 2019: 94).

La cuestión sobre el papel del trasfondo cultural y si la cultura realmente importa es una cuestión ampliamente debatida y aún abierta (por ejemplo, la influencia de las creencias del personal docente y sus expectativas específicas hacia los infantes, que podrían estar influenciadas por su cultura de forma similar a como lo están las creencias y actitudes de los padres), pero, además de la lengua y la cultura, la instrucción y el currículo se mencionan como intentos de explicar las diferencias en los resultados de los niños/as (Gasteiger, Brunner y Clean, 2021).

Los resultados de la investigación sobre la relación entre el nivel de desarrollo de las habilidades lingüísticas y matemáticas en los ninos y niñas en la primera infancia merecen atención por su importancia para la práctica educativa. Indican la asociación del desarrollo de estas dos categorías de habilidades. Los análisis detallados muestran una relación entre el desarrollo de la narrativa en niños/as de 4 a 6 años y categorías de habilidades matemáticas como: habilidades numéricas (por ejemplo, cardinalidad), lenguaje matemático (descripción de las relaciones) y habilidades de patronaje (descubrimiento de regularidades). Asociaciones transversales entre habilidades matemáticas y narrativas en niños de edad preescolar Kiren S. Khan, Flora Hong, Laura M. Justice, Jing Sun, Abigail K. Mills (2021).

En un estudio anterior realizado por J. Sarama et.al. (2012), se demostró la existencia de un vínculo entre el aprendizaje temprano de las matemáticas mediante el plan de estudios Building Blocks y el lenguaje oral y la alfabetización. El estudio se realizó en un modelo experimental con un grupo de control. Los ninos/as de educación de la primera infancia del grupo experimental desarrollaron la capacidad de recordar palabras clave, el uso de enunciados complejos, la disposición a reproducir narraciones de forma independiente y el razonamiento inferencial (contenido práctico) a un nivel significativamente más alto que los niños del grupo de control.

DIRECTRICES PEDAGÓGICAS:

Para los niños/as pequeños, las oportunidades de aprender surgen tanto de las experiencias informales que ocurren de forma natural como de las actividades planificadas. Las actividades cotidianas que ocurren de forma típica proporcionan el estímulo para gran parte del desarrollo matemático informal de los infantes. Los bebés, por ejemplo, aprenden sobre el tiempo y los patrones mediante el uso de rimas y canciones, y desarrollan habilidades espaciales y conciencia cuando se mueven por su entorno. Asimismo, las actividades cotidianas de compartir, cocinar, jugar, completar rompecabezas, contar, estimar distancias y hacer música ofrecen ricas oportunidades para que los infantes practiquen y desarrollen competencias matemáticas. La interacción con las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) constituye un ejemplo contemporáneo de experiencias cotidianas que pueden vincularse a la actividad matemática. (Clements, 2002; Anthony y Walsh, 2009).

El andamiaje y el concepto de Zona de desarrollo Próximo de Vygotsky. El andamiaje (es decir, la ayuda) es más eficaz si:

- el apoyo se ajusta a las necesidades del alumno/a.

- lo que les pone en situación de lograr el éxito en una actividad que antes no habrían podido realizar solos.

El educador o educadora debe:

– Decir a los alumnos y alumnas por qué están aprendiendo.

– Ofrecer oportunidades de participación activa (cognitiva, cinestésica y social).

– Planificar el uso de las experiencias previas del alumnado.

– Planificar la estructuración de la experiencia de aprendizaje basándose en la comprensión del plan de estudios.

– Participar con los alumnos/as mediante el diálogo y las preguntas.

– Ser sensible a los aspectos emocionales de las experiencias de aprendizaje.

– Contextualizar las actividades con ejemplos de la vida real.

Los educadores/as deben comprender cómo se promueve el aprendizaje de las matemáticas mediante la participación de los niños/as pequeños/as en el juego, y cuál es la mejor manera de apoyar ese aprendizaje (Dooley et al., 2014).

Sobre el contexto del juego para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación y atención de la primera infancia, van Oers (2010) destaca los dos puntos siguientes:

- el aprendizaje de los niños/as debe esta integrado en un plan de estudios basado en el juego, con acciones dirigidas por el profesor/a e impregnadas de significado matemático;

- en las actividades de juego de rol, los niños/as imitan prácticas culturales (como el supermercado, el restaurante, el laboratorio, etc), que forman contextos para el aprendizaje de las matemáticas.

2 Diseño curricular del MEYE. Propuesta delimitada por etapas.

Las siguientes orientaciones se consideran en el marco de las etapas que atraviesan los niños y las niñas pequeños/as en el aprendizaje de las matemáticas. Para cada una de ellas, partimos de la universalidad de este lenguaje a la especificidad de cada trayectoria vital y educativa. Esto significa que aunque las propuestas tienen un carácter universal, es necesario adaptar los procesos de enseñanza-aprendizaje a la edad, personalidad y contexto de cada alumno/a (Canals, 2018). Por ello, desarrollaremos esta propuesta bajo lo que denominamos itinerarios matemáticos en educación y atención de la primera infancia. El objetivo principal no es que los profesionales tengan a su disposición un instrumento para etiquetar a los niños/as infantes de 3 años en función de las producciones esperadas según su edad cronológica, sino que pueda servir de guía a los profesionales.

Desde un enfoque holístico e integral del derecho a la educación y atención a la primera infancia, así como atendiendo a los procesos educativos en relación con los procesos de socialización desde la comprensión de los centros de EAPI como espacios de aprendizaje, pero también como espacios de convivencia. Por ello, el diseño de la propuesta para cada etapa de este periodo vital aborda tanto el desarrollo cognitivo como el desarrollo social, entendiendo que ambos son inseparables e indisolubles en el desarrollo infantil.

Bebés que saben contar (0-18 meses).

Según De Castro, Flecha y Ramírez (2015), la educación matemática infantil se ha ido extendiendo progresivamente a edades cada vez más tempranas, incluyendo el periodo de 0 a 3 años (Fuson, Clements y Beckman, 2009; NAEYC y NCTM, 2013; NRC, 2014). Como resultado, los currículos también comienzan a reflejar la presencia y relevancia de la actividad matemática infantil desde el nacimiento (de Castro, 2016; Fuson, Clements y Beckman, 2009). Esta ampliación del rango de edad hace que los profesionales de la EAPI necesiten cada vez más entender con precisión qué conocimientos matemáticos intuitivos e informales pueden empezar a adquirir los menores de 3 años, por lo que algunos autores/ras han empezado a establecer expectativas de edad (Geist, 2014). Según el contexto europeo y el estudio comparativo, la edad a la que los niños y las niñas pequeños/as pueden empezar a asistir a un entorno educativo es de unos 12 meses. Consideramos esta edad como un posible inicio de los conocimientos matemáticos informales que pueden aprender los menores de 3 años, y más concretamente, el rango de acciones que realizan durante el proceso de adquisición de los aprendizajes esperados (Alsina y Roura, 2017). Sin embargo, eso permite establecer los niveles de adquisición del conocimiento matemático informal antes de los 3 años, pero no establece expectativas de edad que faciliten a los profesionales de la escuela infantil la interpretación flexible de los niveles, que evitan caer en el error de etiquetar a los niños/as en función de las producciones esperadas según su edad cronológica.

Según Geist (2014):

– **De 0 a 6 meses:** no se describen conceptos matemáticos.

– **De 6 a 12 meses:** los infantes de esta edad descubren la permanencia de los objetos (numerosidad o número cardinal) y la valoración de la distancia (medida).

– **De 12 a 18 meses:** interiorizan el concepto "más", asociado a la acción de aumentar la cantidad de elementos de una colección (numerosidad); la medida de algunas cantidades elementales como la longitud (medición); las clasificaciones (patrones, razonamiento y álgebra) y la correspondencia por criterios de forma (geometría y formas).

Alsina y Berciano (2016) encuentran que los niños y las niñas menores de 1 año y medio reconocen básicamente características sensoriales de los objetos y comparan (perceptivamente) colecciones en función del número de objetos, mientras que a partir de los 2 años ya comienzan a realizar acciones más complejas en relación con estos bloques de contenido (clasificaciones, ordenaciones, correspondencias y series) y surgen acciones asociadas al conocimiento de posiciones, formas y atributos medibles. Para seguir avanzando en esta dirección y poder concretar con mayor precisión el abanico de acciones que realizan los niños/as menores de 3 años durante el proceso de adquisición de los conocimientos descritos por Alsina (2015), en 2017 se presentó incluso la construcción y validación de la rúbrica "Adquisición del conocimiento matemático informal de 0 a 3 años" (ACMI 0-3) [3] con el propósito de proporcionar pautas que faciliten que los educadores/as de EAPI puedan interpretar con flexibilidad los niveles de adquisición del conocimiento matemático de los niños/as menores de 3 años; más que para establecer expectativas por edad, como es el caso de las aportaciones de Clements (2004) o Geist (2014), ni para analizar la frecuencia con la que realizan estas acciones (Alsina y Berciano, 2016; Alsina y León, 2016).

En suma, durante este periodo es importante tener en cuenta los aprendizajes de las Cualidades Sensoriales (ver Figura 2) que los niños/as muy pequeños/as pueden experimentar, y planificar cada oportunidad de aprendizaje desde el nivel que los infantes pueden estar experimentando. Su cuerpo es el manipulador más importante durante este período (Søndergaard, 1996), pero no las representaciones, ya que los niños/as muy pequeños/as no son capaces de utilizar este pensamiento.

[3] Para más información: Alsina, A. y Roura, D. (2017). Estableciendo niveles de adquisición de conocimientos matemáticos informales antes de los 3 años: diseño, construcción y validación de una rúbrica. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(1), 32-52 in http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/24/21

▲ Pequeños exploradores (de 18 meses a 3 años).

Alrededor de los dos años, los niños y las niñas pequeños/as empiezan a explorar su entorno inmediato y más cercano. Por ello, es importante crear oportunidades de aprendizaje de las matemáticas para que las exploren y experimenten, dedicando un tiempo específico e integrando las matemáticas a lo largo del día. En esta etapa desarrollan su curiosidad, identifican progresivamente sus necesidades, emociones y sentimientos, se reconocen como persona diferenciada y se inician en la grafomotricidad con su primer garabato.

Según Geist (2014)

– **De 18 a 24 meses:** se incluyen los mismos conceptos que en el rango de 12 a 18 meses, más la clasificación múltiple, es decir , la posibilidad de hacer diferentes clasificaciones de una misma colección de objetos en base a diferentes criterios (patrones, razonamiento y álgebra).

– **De 24 a 30 meses:** los niños/as ya realizan correspondencias término a término, interiorizan el concepto "uno" y la habilidad de contar (números); comparan objetos en función de su tamaño (medida); realizan secuencias (patrones, razonamiento y álgebra); y, por último, realizan apilamientos (geometría y formas).

– **De 30 a 36 meses:** se incluyen los mismos ítems que en el rango de 24 a 36 meses, más las secuencias.

En resumen, el significado se desarrolla a partir del entorno inmediato del alumno. Las construcciones matemáticas no deben ser descontextualizadas para que tengan sentido. Para el aprendizaje lógico-matemático en esta primera etapa, especial importancia del cuerpo como medio de comunicación con el mundo y del juego: simbólico, motor, con el cuerpo, con material adaptado. Utilización de las TIC, los medios audiovisuales, el cuerpo y los diferentes sistemas simbólicos para comunicar ideas, patrones, etc. Agrupaciones de objetos, sus relaciones espaciales, sus propiedades y clasificaciones significativas que pueden ser elaboradas, etc.

■ **Especialistas en el juego (3 años hasta la entrada en la etapa de primaria 7 años).**

– 3 años: a los tres años los niños y las niñas comienzan la etapa creativa, empiezan a mostrar interés y habilidades para recortar, seguir líneas, dibujar formas más precisas... También comienzan a situarse en el tiempo, a asimilar hábitos y costumbres y, muy importante, a comunicarse a través de la palabra. Los infantes de esta edad también perfeccionan la grafomotricidad con su primer garabato, agudizan su capacidad de observación, su análisis del entorno y de los diferentes espacios.

– 4 años: a los cuatro años los niños/as adquieren una mayor independencia y autonomía.
Pueden clasificar objetos y materiales por colores, formas o números.
Han desarrollado su percepción espacial y son capaces de discernir entre el interior y el exterior, arriba y abajo, o adelante y atrás.
Pueden utilizar su imaginación y fantasía en situaciones cotidianas. Les gusta participar en las responsabilidades de la familia/grupo y se sienten parte de ella.
Empiezan a ampliar sus relaciones afectivas, estableciendo vínculos con unos u otros amigos. Se nota que les gusta contar y hablar de sus experiencias, así como que cada vez se les entiende mejor.
Además, mejoran su capacidad para recortar, seguir líneas, dibujar formas más precisas.

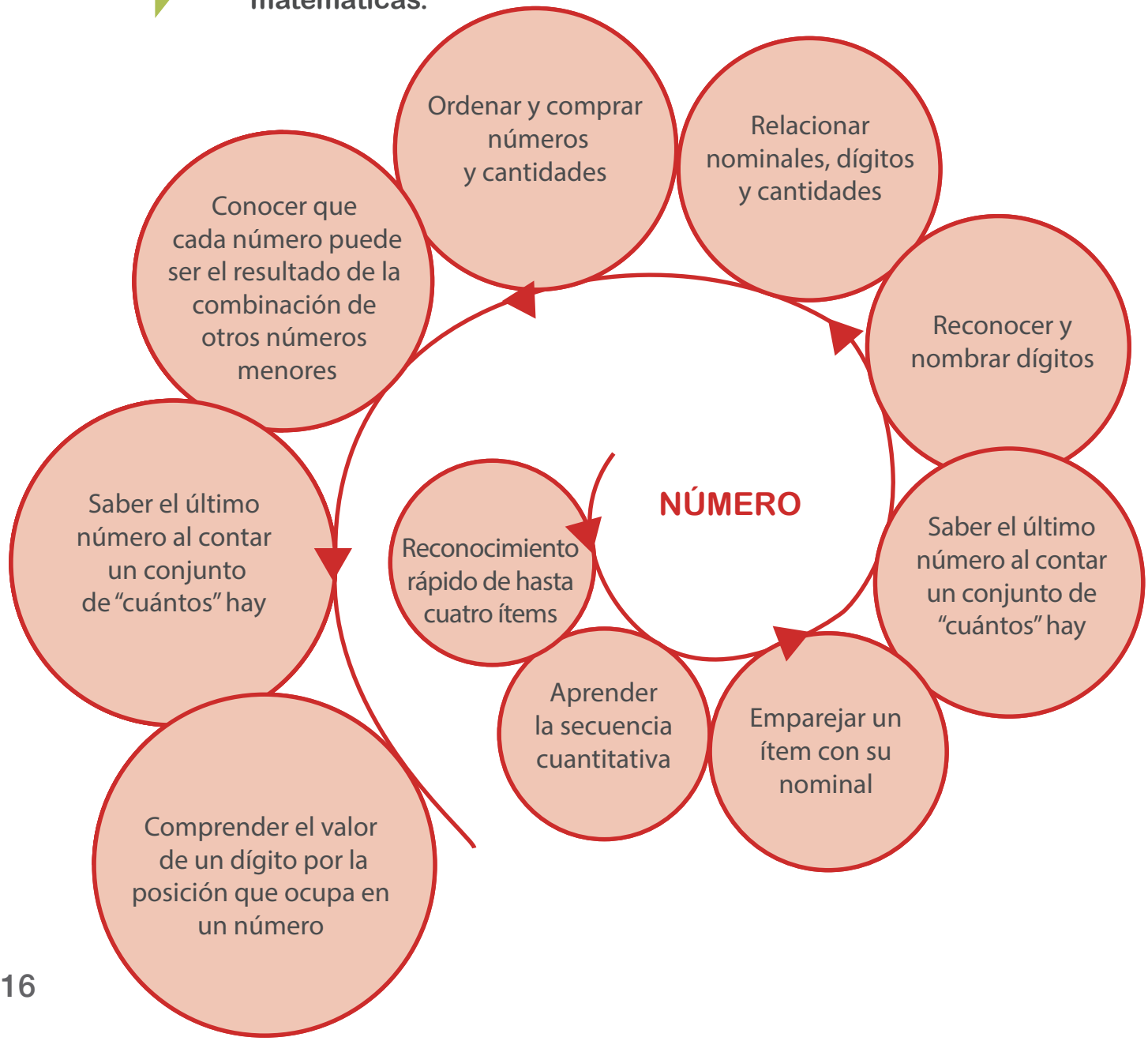
– 5 años: a los cinco años los niños y las niñas pequeños /as han reforzado su diligencia pero también les gusta su autonomía, comienzan un aprendizaje más rápido ya que son más maduros intelectualmente y son capaces de prestar atención durante más tiempo.

A esta edad han desarrollado significativamente el lenguaje, así como han mejorado su aprendizaje lógico matemático (identifican conceptos opuestos, reproducen figuras geométricas, clasifican objetos, pueden contar hasta diez...)

- Transición a la educación primaria (último curso de educación preprimaria y primero de primaria).

Los siguientes diagramas resumen lo que sabemos sobre el desarrollo de los números y las operaciones. El desarrollo de cada habilidad o concepto no es discreto, sino que existe un considerable solapamiento en el desarrollo, de modo que los niños pueden desarrollar varias habilidades en paralelo. Los niños también pueden avanzar por la espiral en diferentes órdenes. El desarrollo de estos temas se solapa considerablemente: por ejemplo, la comprensión de las operaciones se basa en la comprensión de los números por parte de los niños.

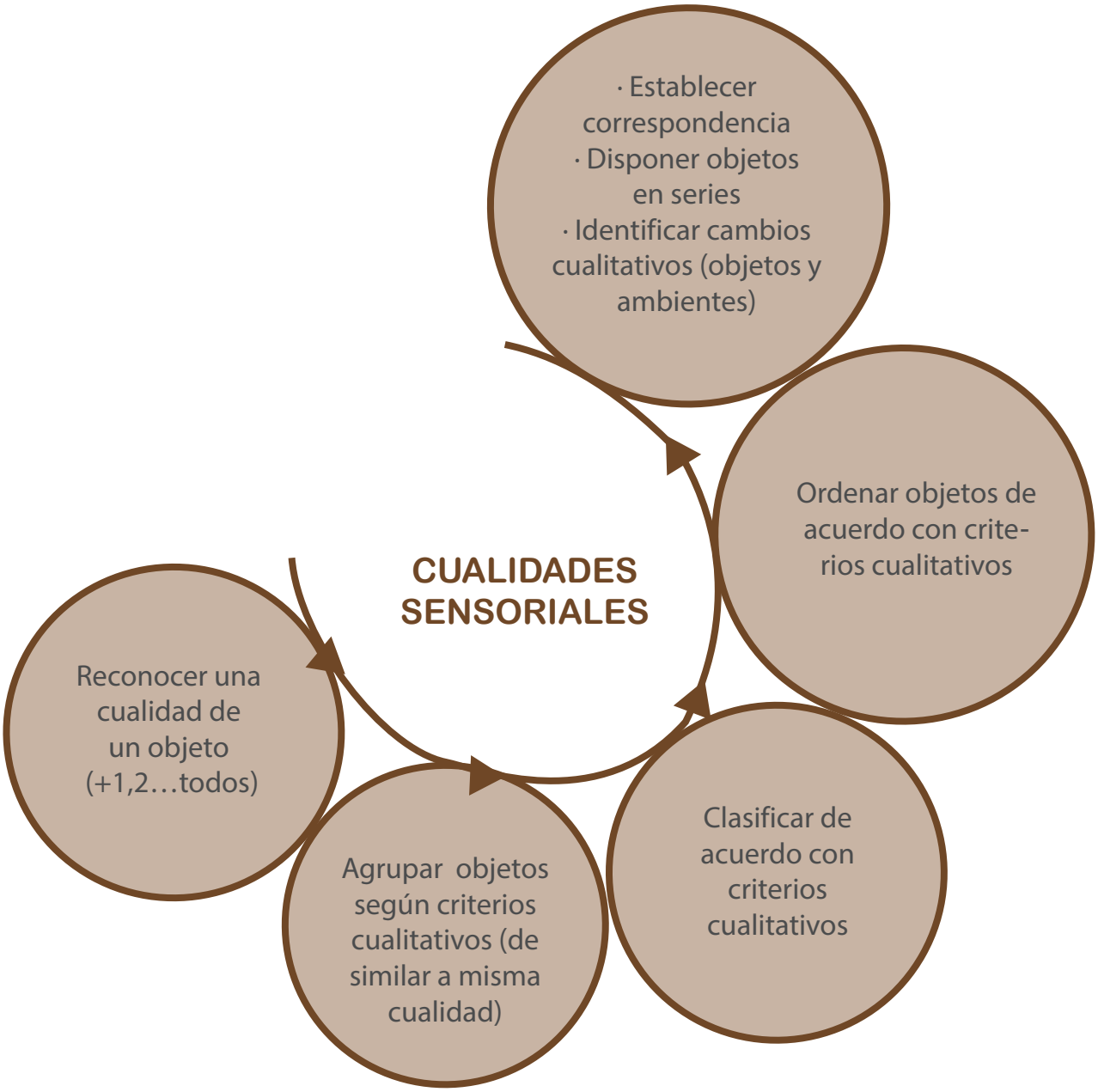
Figuras 1 y 2.
Diagramas del desarrollo del aprendizaje de las matemáticas.



Fuente: Education Endowment Foundation (2020, p. 10).

A estos esquemas, podemos añadir según Alsina y Roura (2017) otro en torno a las Cualidades Sensoriales (Figura 3) que forma parte de la adquisición del conocimiento matemático informal. Esta progresión en el aprendizaje es especialmente relevante en edades muy tempranas (entre 0 y 3 años) como base para el futuro aprendizaje de las matemáticas.

Figura 3.
Esquema de la evolución de las cualidades sensoriales.



Fuente: Adaptado de Alsina y Roura (2017).

3 Ideas centrales de la Educación Matemática en los Primeros Años (MEYE):

Los principios pedagógicos de los que hay que partir en el aprendizaje de las matemáticas son el aprendizaje significativo, la globalización, los aspectos holísticos, la manipulación, la relación con la naturaleza y la cultura, la actividad, la observación, las rutinas y la socialización. Hay que partir de la equidad y la atención individualizada. Se pretende conseguir que el niño y niña interiorice, aprenda a aprender, enseñe a pensar, a sorprender, a poner en marcha sus capacidades cognitivas. Despertar el interés del infante, presentándole situaciones, actividades que atraigan su interés y que pueda relacionar con sus experiencias previas; crear estas situaciones, para que el aprendizaje sea significativo, intelectual, afectivo y social. Al principio, estas actividades son sensoriales y motrices, rápidamente se convierten en actividades de pensamiento, reflexión y representación. Con las actividades motrices se hace referencia al cuerpo en acción, a la vivencia profunda de una serie de situaciones educativas que pasarán a un plano superior, de orden conceptual, a través de símbolos, imágenes, montajes plásticos, estructuras figuradas; este será el medio para activar sus facultades intelectuales. Debe ser un trabajo de los sentidos y del lenguaje, de sorpresa, de motivación y de cambio, en una escuela creativa en la que deben estar presentes los principios de libertad de acción, saber escuchar, participación, tolerancia y autonomía. Es muy importante la motivación que en esta etapa ha de acompañar a la actividad, la búsqueda de algo nuevo, frente a la rutina y la monotonía.

Introducción al pensamiento matemático

• Para el aprendizaje lógico-matemático en Educación de la Primera Infancia, es de especial importancia el cuerpo como medio de comunicación con el mundo y de juego: simbólico, motor, con el cuerpo, con el material.

• El significado se elabora a partir del entorno inmediato del alumno. Las construcciones matemáticas no deben ser descontextualizadas, para que tengan sentido para los alumnos.

• Las agrupaciones de objetos, sus relaciones espaciales, sus propiedades y las clasificaciones con significado que se pueden elaborar...

• Los objetivos del currículo de Educación en la Primera Infancia afectan:
el juego, la experiencia del alumno, la contextualización, el aprendizaje manipulativo, las relaciones, las clasificaciones, el orden entre los elementos del entorno inmediato, etc.

• Ir de lo más sencillo a lo más complejo.

• Tipos de tareas:

a) Reproducción (contextos ya familiares, conocimientos ya practicados, imitación, aplicación).

b) Conexión (contextos menos familiares, manejo y relación de diferentes sistemas de representación, estrategias de resolución de problemas).

c) Reflexión (creatividad, uso de conceptos, generalización y justificación de resultados).

• Niveles de desarrollo del pensamiento matemático:

a) Concreto (manipulación, experiencia).

b) Gráfico (representación gráfica y simbólica).

c) Abstracto (abstracción).

Figura 4. Pirámide de la educación matemàtica.

Adaptado de ALSINA, Àngel (2010, pp. 12-16).

La figura 4 ilustra los diferentes niveles en la educación matemática en los primeros años que se describen como:

• El primer nivel es la base de la educación matemática, lo que más se debe trabajar con los alumnos: situaciones cotidianas, matematización del entorno, experiencias con el propio cuerpo.

• El segundo nivel es el de los recursos manipulativos: materiales inespecíficos, comercializados o diseñados.

• El tercer nivel es el de los recursos lúdicos: juegos.

• El cuarto nivel es el de los recursos literarios: narraciones, adivinanzas, canciones.

• El quinto nivel es el de los recursos tecnológicos: ordenador, calculadora.

• El último nivel, que corresponde a la formalización y sistematización del aprendizaje, es el libro de texto.

Habilidades lógicas de los alumnos/as de Educación Preprimaria:

• Clasificaciones con criterios lógicos (cuantitativos o no):

- Se basan en la idea de "relación de equivalencia", que significa que todos los elementos de una misma clase pueden considerarse equivalentes.
- O en la idea de "relación de orden", mediante la posición que ocupan unos objetos con respecto a otros.

El pensamiento lógico se adquiere a través de la indagación, asociada a la percepción del entorno: observar, comparar, clasificar, ordenar y seriar los objetos respecto a sus propiedades. Los dos aspectos esenciales del pensamiento lógico en esta etapa son:

a) Clasificaciones con criterios lógicos (cuantitativos o no):

- Se basan en la idea de "relación de equivalencia", que significa que todos los elementos de una misma clase pueden considerarse equivalentes.
- O en la idea de "relación de orden", mediante la posición que ocupan unos objetos respecto a otros.

b) Series, patrones... Construcción de una sucesión de elementos (auditivos, gestuales, gráficos...) siguiendo una regla. En las reglas de repetición, los diferentes elementos se presentan periódicamente.

• El alumnado desarrolla habilidades de inferencia, predicción y deducción.

• La indagación requiere:

a) Identificar características que puedan ser categorizadas.
b) Formular preguntas.
c) Anticipar situaciones.
d) Prever consecuencias.
e) Observar los efectos de sus acciones.
f) Construir relaciones entre los fenómenos observados.

• Se puede trabajar con objetos del entorno de los niños y niñas , haciéndoles preguntas para descubrir sus atributos. Es necesario avanzar hacia la comparación de atributos, que es la fase lógica previa a la cuantificación. Dinamizar con preguntas: ¿en qué se parecen? ¿en qué se diferencian? ¿cuál es más grande?

• La observación y la comparación son los procesos previos a la realización de clasificaciones y series.

Comparaciones básicas:
– Largo-corto/Grande-pequeño
– Alto-bajo/ Viejo-joven
– Gordo-fino/Caliente-frío
– Ancho-estirado/Duro-suave
– Rápido-lento/Mucho-poco
– Cerca-lejos/ Todo-nada
– Primero-último/Antes-después

La figura 5 presenta un resumen de las ideas centrales en torno a la educación matemática de los primeros años según ciclos de la primera infancia, de 0 a 3 años, y de 3 a 6 años:

Figura 5.
Ideas centrales de la Educación Matemática en los Primeros Años:

MEYE IDEAS CENTRALES					
	Números y operaciones	**Relaciones y cambios**	**Espacio, forma y medida**	**Estadística y probabilidad**	**Procesos**
EI 0-3	Nos fijamos en la cantidad.	Para conocer, comparamos y observamos las similitudes y diferencias. Esto nos permite empezar a organizar y ordenar.	Encontrar puntos de referencia ayuda a posicionarse y da seguridad.		La experimentación es esencial y debe fomentase.
EI 0-3	Hay acciones que modifican la cantidad.		La percepción y la experimentación llevan a organizar el espacio y el tiempo.		Convertir las palabras en acciones y descubrimientos fomenta la representación mental y el pensamiento
EI 0-3	Empecemos a decir números.		Los objetos tienen características que los hacen predecibles.		
EI 0-3	Empezamos a comparar y evaluar la longitud y el peso.				
EI 3-6	La cantidad no tiene una forma única.	Para conocer, comparamos y observamos similitudes y diferencias. Eso nos permite organizar y clasificar.	Podemos organizarnos tanto en el espacio como en el tiempo y eso nos ayuda a posicionarnos.	Para ayudarnos a interpretar los fenómenos y la información, recogemos datos.	Hay situaciones que nos llevan a hacernos preguntas.
EI 3-6	Podemos saber en un grupo "cuántos elementos hay" de un vistazo o contando.		Los objetos reales se parecen a las figuras geométricas.	Hay cosas que son seguras, otras imposibles y algunas probables.	Representar nos ayuda a entender y a encontrar formas de resolver.
EI 3-6	Los números tienen un orden.		Podemos comparar y medir la longitud, el área, el volumen, el peso, la capacidad, el tiempo...		Hablar ayuda a ordenar el pensamiento y a compartir.
EI 3-6	Los números se pueden componer y descomponer.				Tenemos que ser conscientes de las razones que nos llevan a pensar algo y comprobarlas.
EI 3-6	Hay situaciones concretas que nos llevan a sumar y restar.				

Fuente: Adaptado de Torra y Roca (2019).

La enseñanza-aprendizaje de los aspectos matemáticos:

La formación en el campo matemático en la EAPI de 0 a 8 años, puede considerarse como básica para los aprendizajes posteriores que se basan en estas primeras formas de entender el mundo por parte de los pequeños/as. Para ello, es necesario establecer varios ámbitos de intervención didáctica y educativa: – A partir de las rutinas del aula y del uso de la asamblea, el día a día se convierte en un factor educativo en el ámbito matemático fundamental: en qué día, mes y año estamos, en qué estación del año y qué tiempo hace (vínculo con la naturaleza), cuántos niños y niñas han venido a clase, cuántos no han venido, el número de clase que cada infante tiene asignado... Los cambios personales, el crecimiento, el cumpleaños del niño/a y sus familiares y conocidos.

– Desde la cultura, el juego tradicional, el escenario educativo se abre al contexto y así, las matemáticas forman parte de la vida del aula y los conceptos básicos de esta etapa se aprenden a partir de procesos inductivos (nociones espaciales, temporales, de medida...)

– Partiendo de la relación entre las áreas, a través de actividades globalizadoras y significativas.

– Los proyectos, como centros de interés, forman parte de aquellos temas que engloban la vida del aula, que los niños y niñas deciden e implican a las familias para conocer el mundo y relacionar todos los aprendizajes.

– Desde una visión globalizada e intercultural del mundo y desde la inclusión, podemos entender el mundo que nos rodea con una visión solidaria y responsable y acercar esta mirada a los más pequeños para acercarla también a las familias. Las familias en esta etapa tienen un enorme potencial de colaboración e implicación, han de suponer un gran apoyo, entendiendo la difusión de la educación a todos los niveles, en la que la escuela infantil o el colegio colaboran con la educación colectiva y de la sociedad.

– Ya en concreto, la formación en conceptos matemáticos específicos a través de talleres, rincones, juegos específicos... y específicamente en los dos últimos cursos de la etapa, el de cuatro y cinco años... como la metodología Montessori, los materiales específicos (regletas de Cuisenaire, ábaco, bloques lógicos...),

– En el aprendizaje de las matemáticas deben estar presentes las actividades básicas de clasificar, emparejar, ordenar (las más pequeñas...), desarrollar series, sumar y restar... con sus diferentes niveles de complejidad.

Para concluir, es fundamental reflejar estos aspectos en un documento, pero es más importante observar cómo se desarrolla el aprendizaje de las matemáticas en el día a día en los entornos de la educación y atención de la primera infancia. Es destacable la tarea de los profesionales de la educación en esta etapa educativa, su dedicación, motivación, capacidad de innovación y de llegar a todos los niños y niñas; la colaboración con las familias y el trabajo en equipo. Esta etapa tan básica y a la vez con entidad propia, debe tener otras condiciones de trabajo y organización, y un mayor reconocimiento social. El lenguaje matemático debe ser enseñado y su aprendizaje depende de la edad, la personalidad y el contexto de cada alumno/a (Canals, 2018). Por último, algunos de los errores frecuentes a evitar se presentan en el siguiente decálogo para tener en cuenta a la hora de trabajar las matemáticas en los primeros años de vida y trayectoria educativa:

Decálogo de errores para evitar trabajar las matemáticas con niños/as pequeños/as (3-6 años) (Maria Antònia Canals, 2018):

1. Mostrar números escritos grandes y muy visibles de forma fija y persistente en el aula.

2. Reducir el recuento a un solo trabajo de memoria, con el único objetivo de recordar el nombre de algunas grafías.

3. Identificar los bloques lógicos Dienes con los nombres geométricos de sus formas.

4. Representar las primeras sumas con bolitas (tipo collar) sin tener en cuenta el espacio que ocupa el hilo que las une en los extremos de cada cantidad.

5. Introducir el uso de tiras de colores lisos para la comprensión de los números naturales antes de llegar al primer ciclo de primaria simplemente porque son muy bonitas.

6. Descuidar el tratamiento en profundidad de las actividades básicas de las matemáticas: noción de cantidad y cambios; movimientos en el espacio; líneas, superficies y cuerpos; y resolución de situaciones reales, que son los verdaderos problemas.

7. Utilizar los materiales que son bonitos y caros sin ver los que realmente tienen una relación más auténtica con la vida de la clase y los profesores/as consideran adecuados para cada infante, especialmente los que tienen dificultades.

8. Olvidar completar todas las actividades con la expresión verbal de los niños y niñas de lo que se ha hecho, lo que ha pasado, lo que hemos descubierto, etc.

9. Ser víctimas de un programa elaborado o impuesto por nosotros.

10. No confrontar nuestro trabajo, éxitos y dificultades con nuestro equipo de trabajo.

Referencias:

Alsina, A. (2010) "La pirámide de la educación matemática. Una herramienta para el desarrollo de la competencia matemática". Aula de Innovación

Alsina, Á. (2015). Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años: Elementos para empezar bien. Madrid: Narcea.

Alsina, Á. y Berciano, A. (2016). Una aproximación a las acciones matemáticas de niños de 1 a 3 años. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F.J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), Investigación en Educación Matemática XX (pp. 137-146). Málaga: SEIEM.

Alsina, Á. y León, N. (2016). Acciones matemáticas de 0 a 3 años a partir de instalaciones artísticas. Educatio Siglo XXI, 34(2), 33-62.

Ancheta-Arrabal, A. y Segura, C. (en prensa) Comparing Mathematics Early Years Education in Spain, Portugal and Slovenia.

Boaler, J (2016). Mathematical mindsets. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Bruner, J. (1973) Going Beyond the Information Given. New York: Norton

Bruner, J. (1983) "Education as social invention," Journal of Social Issues 39:

Canals, M. A. (2018). Maria Antònia Canals, pedagoga de las matemáticas "Los maestros tienen que escuchar más a los niños". In Enrique Sacristán, SINC 14/7/2018. https://www.agenciasinc.es/Entrevistas/Los-maestros-tienen-que-escuchar-mas-a-los-ninos

Clements, D.H. (2004). Major themes and recommendations. In D.H. Clements, J. Sarama y A.M. DiBiase (Eds.), Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education (pp. 7-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Clements, D.H. y Sarama, J. (2009). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. Nueva York: Routledge.

De Castro, C. (2016). El estudio de documentos curriculares como organizador de la investigación en educación matemática infantil. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T.

Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), Investigación en Educación Matemática XX (pp.39-52). Málaga: SEIEM.
De Castro, C., Flecha, G. y Ramírez, M. (2015). Matemáticas con dos años: buscando teorías para interpretar la actividad infantil y las prácticas docentes.
Tendencias Pedagógicas, 26, 89-108.
Dooley, T., Dunphy, E., Shiel, G., O'Connor, M., & Travers, J. (2014). Mathematics in early childhood and primary education (3-8 years). Teaching and learning, 18, 164.
Freudenthal, H. (1986). Didactical phenomenology of mathematical structures. Springer Science & Business Media.
Fuson, K. C., Clements, D. H. y Beckman, S. (2009). Focus in prekindergarten: Teaching with curriculum focal points.
Reston, VA/Washington, DC: NCTM& NAEYC.
García, G., Valero, P., & Camelo, F. (2010). Escenarios de aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: Universidad Francisco José de Caldas.
Gasteiger, H., Brunner, E. & Chen, CS. Basic Conditions of Early Mathematics Education—a Comparison between Germany, Taiwan and Switzerland. Int J of Sci and Math Educ 19, 111–127 (2021). https://doi.org/10.1007/s10763-019-10044-x
Geist, E. (2014). Children are born mathematicians: supporting mathematical development, birth to age 8. Upper Saddle River, NJ: Pearson.
Goodrich, H. (2000). Using rubrics to promote thinking and learning. Educational Leadership, 57(5), 13-18.
Hauge, M.I. (2009) Doing, being and becoming Young people's processes of subjectivation between categories of age. Series of dissertations submitted to the Faculty of Social Sciences, University of Oslo No. 187.
Hoyuelos, A (2007). Documentación como narración y argumentación. Aula de Infantil, 39, 5-9.
NAEYC y NCTM (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2(1), 1-23.

Jiménez-Alonso,B. & Loredo-Narciandi, J.C. (2016) 'To educate children from birth': a genealogical analysis of some practices of subjectivation in Spanish and French scientific childcare (1898–1939), History of Education, 45:6, 719-738, DOI: 10.1080/0046760X.2016.1170894

NCTM (2003). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Thales.

NRC (2014). Fundamentos cognitivos para la iniciación en el aprendizaje de las matemáticas. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 3(1), 21-48. Moore, D., Edwards, S., Cutter-McKenzie, A., & Boyd, W. (2014). Play-based learning in early childhood education. In A. Cutter-McKenzie, S. Edwards, D. Moore, & W. Boyd (Eds.), Young children's play and environmental education in early childhood education. (p. 9-24). New York: Springer.

Morton, M., McMenamin, T., Moore, G., & Molloy, S. (2012). Assessment that matters: The transformative potential of narrative assessment for students with special education needs. Assessment Matters, 4, 110-128.

Polya, G. (1981). Mathematics discovery: An understanding, learning, and teaching problem solving (combined edition). New York: John Willey & Son.

Sarama, J., Alissa A. Lange, A.A.,Clements, D.,H., Wolfe, Ch.B., (2012), The impacts of an early mathematics curriculum on oral language and literacy. Early Childhood Research Quarterly 27, 489– 502

Søndergaard, D. M. (1996). Tegnet på kroppen [The Sign on the Body]. København: Museum Tusculanums Forlag.

Torra, M. and Roca, M. (2019). The Central Ideas of Mathematics in *Early Childhood Education*. Unedited document.

Van Oers, B. Emergent mathematical thinking in the context of play. Educ Stud Math 74, 23–37 (2010). https://doi.org/10.1007/s10649-009-9225-x

Worthington, M., Dobber, M. & van Oers, B. The development of mathematical abstraction in the nursery. Educ Stud Math 102, 91–110 (2019). https://doi.org/10.1007/s10649-019-09898-3

Vygotsky, L. (1978) Mind in Society. Cambridge, MA: Harvard University Press.

MEYE CURRÍCULUM